



CONCURSUL JUDEȚEAN DE MATEMATICĂ „PETRU MAIOR”

Colegiul „Petru Maior” Reghin

EDIȚIA a II-a, 9.04.2022

Clasa a XI-a

BAREM DE EVALUARE ȘI CORECTARE

Filiera tehnologică, profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

Problema 1:

a)

$$\lim_{x \rightarrow a-1} \sqrt{x} = a - 1 \Rightarrow \sqrt{a-1} = a - 1 \dots\dots\dots 2p$$

$$C.E.: a - 1 \geq 0 \Rightarrow a \geq 1 \Rightarrow D = [1, +\infty]$$

$$a - 1 = a^2 - 2a + 1$$

$$\Rightarrow a^2 - 3a + 2 = 0$$

$$a_1 = 1 \in D$$

$$a_2 = 2 \in D$$

$$S = \{1, 2\}$$

$$\dots\dots\dots 5p$$

b)

$$f \text{ are limita în } x_1 = 2 \Rightarrow \lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ x < 2}} f(x) = \lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ x > 2}} f(x) \Rightarrow 2a + b = \log_2 2 \Rightarrow 2a + b = 1 \dots\dots\dots 2p$$

$$f \text{ are limita în } x_2 = 4 \Rightarrow \lim_{\substack{x \rightarrow 4 \\ x < 4}} f(x) = \lim_{\substack{x \rightarrow 4 \\ x > 4}} f(x)$$

$$\Rightarrow \log_2 4 = 16a + 4b + 6 \Rightarrow 16a + 4b = -4 \dots\dots\dots 2p$$

$$a = -1 \Rightarrow b = 3 \dots\dots\dots 3p$$

Problema 2:

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x + \sqrt{4x^2 + x + 1} \text{ este continuă pe } \mathbb{R} \Rightarrow \text{nu are asimptote verticale} \dots\dots\dots 1p$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty \Rightarrow f \text{ nu are asimptotă orizontală spre } +\infty \dots\dots\dots 1p$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = 4 \quad \text{și} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - 4x) = \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4x^2 + x + 1} - 2x) = \frac{1}{4} \Rightarrow y = 4x + \frac{1}{4} \text{ asimptotă oblică spre } +\infty \dots\dots\dots 3p$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (2x + \sqrt{4x^2 + x + 1}) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{4x^2 - x + 1} - 2x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x+1}{\sqrt{4x^2-x+1}+2x} = -\frac{1}{4} \Rightarrow y = -\frac{1}{4} \text{ asimptotă orizontală spre } -\infty \dots\dots\dots 2p$$

Problema 3:

$$S = \sum_{k=1}^6 \begin{pmatrix} 1 & a^k \\ a^{2k} & a^{3k} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & \sum_{k=1}^6 a^k \\ \sum_{k=1}^6 a^{2k} & \sum_{k=1}^6 a^{3k} \end{pmatrix}$$

$$a^2 + a + 1 = 0 \Rightarrow (a - 1)(a^2 + a + 1) = 0 \dots\dots\dots 1p$$

$$\Rightarrow a^3 - 1 = 0 \Rightarrow a^3 = 1 \dots\dots\dots 1p$$

$$\sum_{k=1}^6 a^k = a + a^2 + a^3 + a^4 + a^5 + a^6 = a(1 + a + a^2) + a^3(1 + a + a^2) = 0 \dots\dots\dots 1p$$

$$\sum_{k=1}^6 a^{2k} = a^2 + a^4 + a^6 + a^8 + a^{10} + a^{12} = a^2 + a + 1 + a^2 + a + 1 = 0 \dots\dots\dots 1p$$

$$\sum_{k=1}^6 a^{3k} = a^3 + a^6 + a^9 + a^{12} + a^{15} + a^{18} = 6 \dots\dots\dots 1p$$

$$S = \begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 0 & 6 \end{pmatrix} = 6I_2 \dots\dots\dots 2p$$

Problema 4:

a) $f(A) = A^2 + 3A + I_3$

$$A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & -2 & 8 \\ 1 & 2 & 0 \\ 10 & -4 & 16 \end{pmatrix} \dots\dots\dots 2p$$

$$f(A) = \begin{pmatrix} 7 & -2 & 8 \\ 1 & 2 & 0 \\ 10 & -4 & 16 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 0 & 6 \\ 6 & 3 & -3 \\ 9 & -3 & 9 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 & -2 & 14 \\ 7 & 6 & -3 \\ 19 & -7 & 26 \end{pmatrix} \dots\dots\dots 2p$$

b)

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & x+1 & 2x+1 \\ 3 & 2x+1 & 3x+1 \end{vmatrix} = (x+1)(3x+1) + 6(2x+1) + 6(2x+1) - 9(x+1) - (2x+1)(2x+1) - 4(3x+1)$$

$$\Rightarrow -x^2 + 3x - 1 = 0 \text{ sau } \Rightarrow x^2 - 3x + 1 = 0 \dots\dots\dots 2p$$

$$x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2} \dots\dots\dots 1p$$